



# Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Sezione di Catania  
Osservatorio Etneo  
Piazza Roma, 2  
95123 Catania, Italy  
Tel. +39 095 7165800  
Fax +39 095 7165826  
<http://www.ct.ingv.it>

**Accordo di collaborazione tra l'Istituto Nazionale di Oceanografia e di Geofisica Sperimentale (OGS) e l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia - Sezione di Catania (INGV-CT) nell'ambito del progetto Premiale CO2MONITOR**

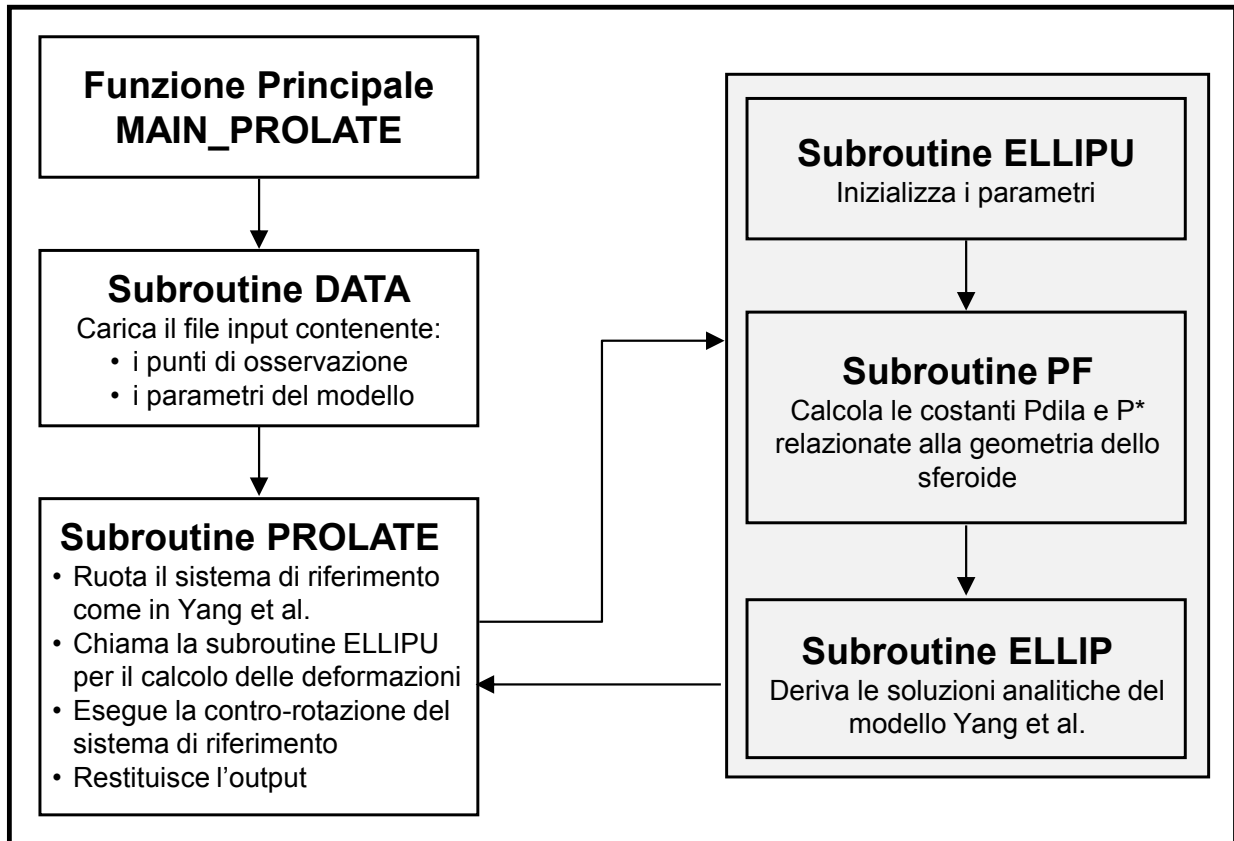
## ***Sviluppo di codice Fortran per il calcolo diretto delle deformazioni statiche prodotte da variazioni di pressione in una sorgente di stoccaggio a geometria sferoidale***

### **1. Introduzione**

Il calcolo delle deformazioni elastiche generate dalla pressurizzazione di una sorgente sferoidale in un semispazio omogeneo è stato affrontato in numerosi lavori scientifici, nei quali sono state presentate diverse soluzioni analitiche al problema. Uno dei primi lavori è stato realizzato da Davis (1986), che deriva le soluzioni analitiche approssimando un ellissoide ad una sorgente puntiforme. Successivamente, Yang et al. (1988) proposero le soluzioni analitiche per un ellissoide prolato di dimensioni finite. Il modello di Yang et al. (1988) è abbastanza flessibile perché permette di considerare anche l'inclinazione della sorgente ellissoidale rispetto al piano orizzontale. Tuttavia, queste equazioni presentano errori nella definizione di alcuni parametri del modello e in più sono pubblicate con errori di stampa (Newman et al., 2006). Una revisione completa del modello è stata eseguita da Y. Fialko (<http://sioviz.ucsd.edu/~fialko/software.html>), che ha risolto alcune incongruenze nelle equazioni. Le soluzioni analitiche ricontrollate da Fialko sono state implementate dall'INGV all'interno del codice C++ GEOFIM, che esegue l'inversione di dati di deformazioni usando una collezione di modelli analitici (Giudice & Currenti, 2008). Le soluzioni analitiche sono state validate attraverso il confronto con soluzioni numeriche ad Elementi Finiti. La routine PROLATE di GEOFIM che implementa il modello di Yang et al. (1988), rivisto e validato, è stato implementato in FORTRAN 77, come previsto dall'Accordo di collaborazione tra l'Istituto Nazionale di Oceanografia e di Geofisica Sperimentale (OGS) e l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia - Sezione di Catania (INGV-CT) nell'ambito del progetto Premiale CO2MONITOR (OGS Prot. n. 1674/13 Rif. GEO/AC/ia del 19/03/2013).

## 2. Struttura del codice

Il codice PROLATE è stato riscritto in FORTRAN 77 e si compone della funzione principale MAIN\_PROLATE e 5 SUBROUTINES. Il diagramma a blocchi del codice è mostrato in Figura 1.



**Figura 1** – Diagramma a blocchi che mostra la struttura del codice Fortran per il calcolo delle deformazioni elastiche generate dalla pressurizzazione di una sorgente sferoidale.

Per eseguire il programma occorre specificare:

- il nome del file contenente i dati di input;
- il nome del file che conterrà i dati di output.

## 3. Format Input

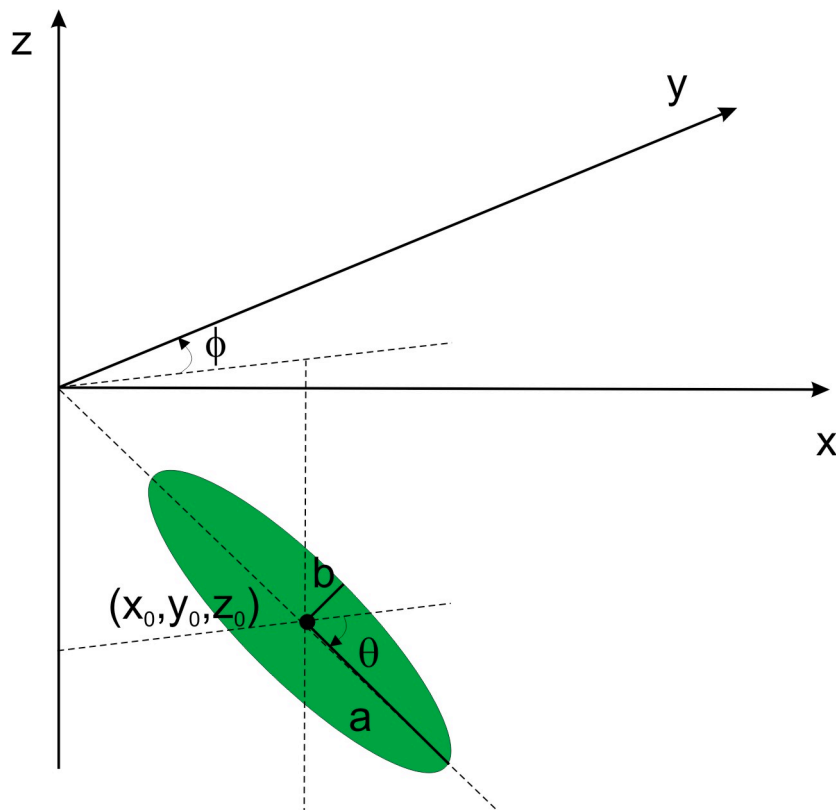
Il file dei dati di input contiene:

- 1) i valori dei 10 parametri del modello;
- 2) il numero e le coordinate dei punti di osservazione secondo il sistema di riferimento illustrato in Figura 2 (X+ Est, Y+ Nord, Z+ verso il basso).

I valori dei 10 parametri del modello (Figura 2) devono essere inseriti nel seguente ordine:

- $x_0$  (in meters) = coordinata X del centro dello sferoide
- $y_0$  (in meters) = coordinata Y del centro dello sferoide
- $z_0$  (in meters) = coordinata Z del centro dello sferoide
- $\phi$  (in degrees) = angolo di azimuth o *strike* (direzione rispetto asse Y in senso antiorario)
- $\theta$  (in degrees) = angolo d'immersione o "dipping angle"
- $a$  (in meters) = semiasse maggiore
- $b$  (in meters) = semiasse minore
- $P$  (in Pascal) = variazione di pressione
- $\lambda$  (in Pascal) = coefficiente di Lamè
- $\mu$  (in Pascal) = coefficiente di Lamè

Nel caso di singolarità ( $\theta=0^\circ$  oppure  $\theta=90^\circ$  oppure  $a=b$ ), il codice modifica leggermente i parametri di input aggiungendo un valore  $\epsilon$ .



**Figura 2** – Schema del sistema di riferimento e dei parametri geometrici del modello

Dopo i parametri del modello, il file di input deve contenere il numero totale dei punti di osservazione e le coordinate x e y dei punti nel seguente formato:

```
n
coord_x1 coord_y1
coord_x2 coord_y2
```

....

*coord\_x<sub>n</sub> coord\_y<sub>n</sub>*

Un esempio di file di input è il seguente:

```
x_0[m]: 0  
y_0[m]: 0  
z_0[m]: -2000  
strike[deg]: 0  
plunge[deg]: 89  
major_semiaxis[m]: 800  
minor_semiaxis[m]: 300  
pressure[Pa]: 10000000  
lambda[Pa]: 10000000000  
mu[Pa]: 10000000000  
13  
0 0  
100 0  
200 0  
300 0  
400 0  
500 0  
600 0  
700 0  
800 0  
900 0  
1000 0  
1100 0  
1200 0
```

#### 4. Format Output

Il file di output contiene le coordinate dei punti di osservazione in cui sono state calcolate le tre componenti  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  delle deformazioni usando le soluzioni analitiche del modello di Yang et al. (1988) riviste in GEOFIM. Il formato del file di output è il seguente:

```
coord_x1 coord_y1 Ux1 Uy1 Uz1  
coord_x2 coord_y2 Ux2 Uy2 Uz2  
....  
coord_xn coord_yn Uxn Uyn Uzn
```

Un esempio di file di output è di seguito mostrato:

```
0.0 0.0 -3.57998747495003045E-003 -5.36959717283025384E-003 78999686613678932E-003  
100.0 0.0 -3.54820140637457371E-003 -5.60202385531738400E-003 1.86748339910991490E-003  
200.0 0.0 -3.50332685047760606E-003 -5.83846302470192313E-003 1.94630780606530607E-003  
300.0 0.0 -3.44435538863763213E-003 -6.07784322346560657E-003 2.02611280838027596E-003  
400.0 0.0 -3.37032851530238986E-003 -6.31891880766488612E-003 2.10648318170569837E-003  
500.0 0.0 -3.28036479186266661E-003 -6.56026659999042749E-003 2.18694435898214579E-003
```

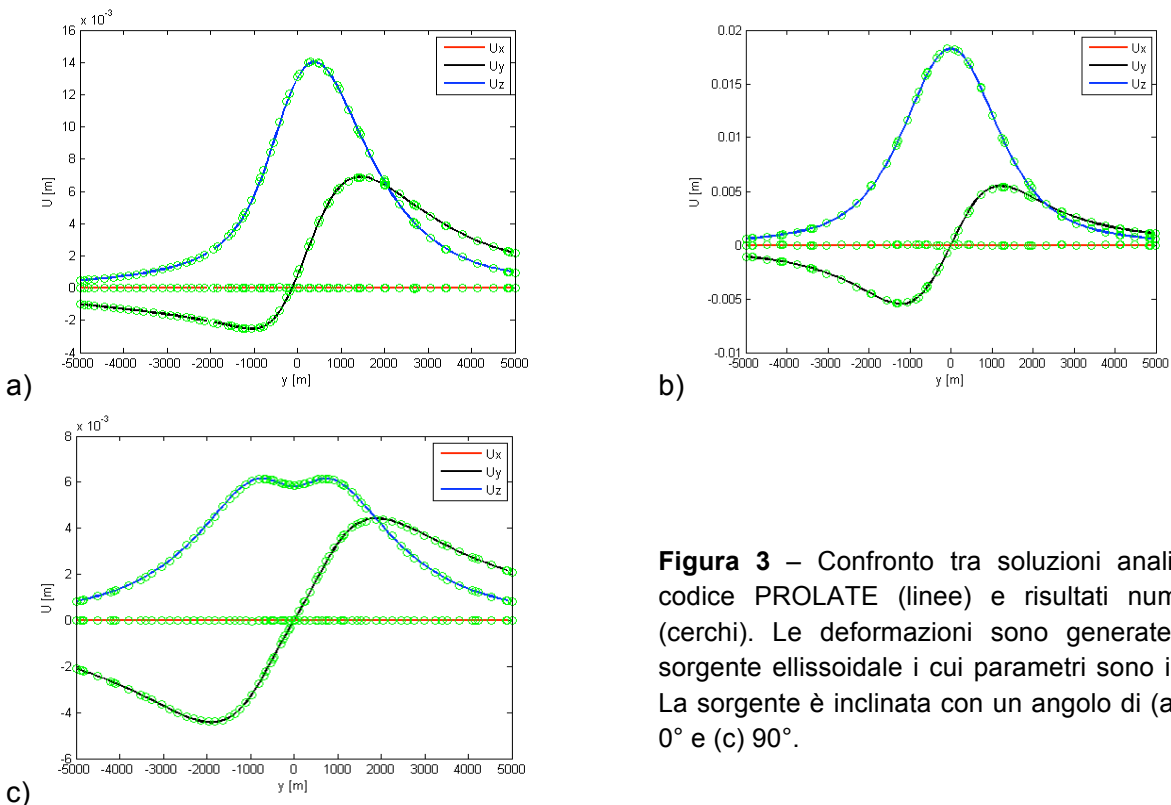
600.0 0.0 -3.17369095864705741E-003 -6.80028746137395501E-003 2.26696327445097268E-003  
 700.0 0.0 -3.04967341071460396E-003 -7.03721330501139164E-003 2.34595054644159973E-003  
 800.0 0.0 -2.90785261313430965E-003 -7.26912185200490057E-003 2.42326516308821738E-003  
 900.0 0.0 -2.74797619204036891E-003 -7.49395560706034303E-003 2.49822126352228224E-003  
 1000.0 0.0 -2.57003030856139958E-003 -7.70955198095180094E-003 2.57009780034422874E-003  
 1100.0 0.0 -2.37426895182579756E-003 -7.91367734200321138E-003 2.63815018115565181E-003  
 1200.0 0.0 -2.16123629070352763E-003 -8.10407113749533892E-003 2.70162476226687431E-003

## 5. Validazione

Le deformazioni del suolo calcolate con il codice FORTRAN 77 sono state validate con i risultati numerici del metodo ad Elementi Finiti (FE) utilizzando il codice COMSOL Multiphysics. Il confronto è stato eseguito calcolando le deformazioni per una sorgente con i parametri geometrici riportati in Tabella 1. Si è inoltre usata una pressione  $P$  di 10 MPa e i seguenti parametri elastici  $\lambda = \mu = 10$  GPa.

a	b	$x_0$	$y_0$	$z_0$	$\phi$	$\theta$
800 m	300 m	0 m	0 m	- 2000 m	$0^\circ$	$90^\circ, 45^\circ, 0^\circ$

**Tabella 1** – Parametri della sorgente utilizzati per la validazione del codice.

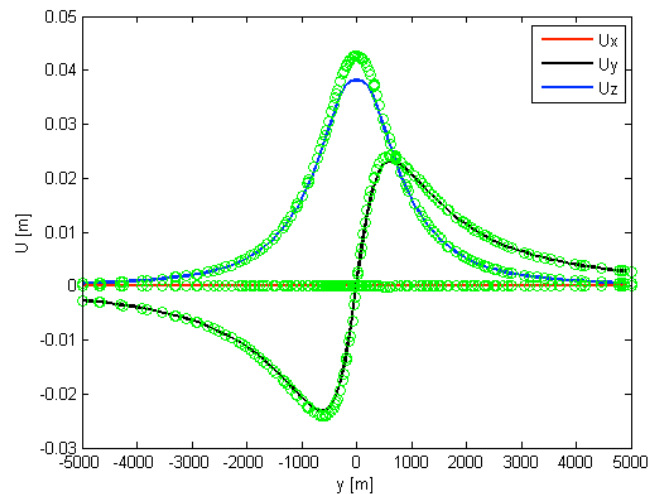


**Figura 3** – Confronto tra soluzioni analitiche del codice PROLATE (linee) e risultati numerici FE (cerchi). Le deformazioni sono generate da una sorgente ellissoidale i cui parametri sono in Tab. 1. La sorgente è inclinata con un angolo di (a)  $45^\circ$ , (b)  $0^\circ$  e (c)  $90^\circ$ .

La Figura 3 mostra il buon accordo tra l'output del codice PROLATE e i risultati numerici FE lungo un profilo nella direzione  $y$ . Sono state calcolate tre soluzioni al variare dell'angolo di inclinazione  $\theta$

per verificare il corretto funzionamento del codice in prossimità delle singolarità riscontrate nelle equazioni per valori dell'angolo di inclinazione  $\theta$  di  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .

Bisogna tener conto che le soluzioni analitiche nel near-field approssimano i risultati esatti per valori del rapporto  $a/z_0 < 0.5$  (Yang et al., 1988). Infatti, se la profondità della sorgente è ridotta a  $z_0 = -1000$  m con un rapporto  $a/z_0 = 0.8$ , si nota uno scostamento tra le soluzioni analitiche e quelle numeriche a causa della prossimità della sorgente alla superficie libera (Figura 4). Tuttavia, la discrepanza si attenua entro pochi centinaia di metri dalla sorgente.



**Figura 4** – Confronto tra le soluzioni numeriche (cerchi) e analitiche (linee) per una sorgente a 1000 m di profondità con un rapporto  $a/z_0 = 0.8$

## 6. Bibliografia

- Davis, P.M., (1986) Surface deformation due to inflation of an arbitrarily oriented triaxial ellipsoidal cavity in an elastic half-space, with reference to Kilauea volcano, Hawaii, *J. Geophys. Res.*, 91, 7429-7438.
- Giudice S., Currenti, G. (2008), GEOFIM: A tool for geophysical forward and inverse modeling, *Miscellanea INGV*, 1, 84-90.
- Newman, A.V. , Dixon, T.H., and Gourmelen, N. (2006), A four-dimensional viscoelastic deformation model for Long Valley Caldera, California, between 1995 and 2000, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 150, 244-269.
- Yang, X.-M., Davis, P.M., Dietrich, J.H., (1988). Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an elastic halfspace as a model for volcanic stressing. *J. Geophys. Res.* 93 (B5), 4249-4257.